



**ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ  
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΚΕΝΤΡΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ**

Διεύθυνση: Προξένου Κορομηλά 51  
Τ.Κ. 54622, Θεσσαλονίκη  
Τηλέφωνο και Fax 2310 285377  
e-mail: [emethes@otenet.gr](mailto:emethes@otenet.gr)  
<http://www.emethes.gr>

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΘΕΜΑΤΑ  
ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΥ  
ΓΙΑ ΜΑΘΗΤΕΣ

**ΣΤ΄ ΤΑΞΗΣ ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ**

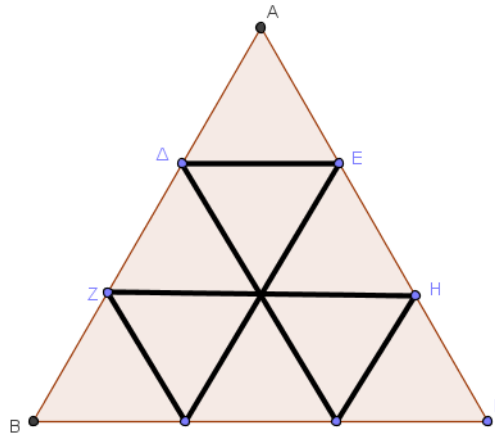
Σάββατο 2 Ιουνίου 2012

**ΑΠΑΝΤΗΣΗ ΣΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ 1<sup>ο</sup>**

Ένας τριψήφιος με ψηφίο εκατοντάδων το 9 είναι σίγουρο ότι είναι μεγαλύτερος από άλλους τριψήφιους με ψηφίο εκατοντάδων μικρότερο ψηφίο. Άρα, θα ψάξουμε για αριθμούς της μορφής  $9\heartsuit\heartsuit$ . Επειδή, ο αριθμός μας πρέπει να διαιρείται με το 5 πρέπει να είναι τριψήφιος της μορφής  $9\heartsuit 0$  ή  $9\heartsuit 5$ . Ταυτόχρονα, πρέπει να διαιρείται και με το 3. Δηλαδή το άθροισμα των ψηφίων του πρέπει να είναι αριθμός που διαιρείται με το 3. Αυτό σημαίνει ότι πρέπει να αναζητήσουμε τους κατάλληλους αριθμούς μεταξύ των 915, 945, 975, 990, 960, 930, 900. Από αυτούς, οι τρεις μεγαλύτεροι είναι οι 990, 975 και 960.

**ΑΠΑΝΤΗΣΗ ΣΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ 2<sup>ο</sup>**

Χωρίζουμε τη βάση ΒΓ του ισόπλευρου τριγώνου σε τρία ίσα τμήματα και ενώνουμε με τα σημεία Ζ, Η, Δ, Ε. Τότε εμφανίζονται 9 μικρότερα ισόπλευρα τρίγωνα. Αυτό σημαίνει ότι το τετράπλευρο ΖΗΓΒ αποτελείται από 5 ισόπλευρα τρίγωνα ίσα με το τρίγωνο ΑΔΕ. Δηλαδή το εμβαδόν του ΑΔΕ είναι το  $1/5$  του εμβαδού του τετραπλεύρου ΖΗΓΒ.



### ΑΠΑΝΤΗΣΗ ΣΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ 3<sup>ο</sup>

Αν ζυγίζουμε δύο μπάλες από τις τέσσερις, η ζυγαριά μας θα δείξει 30 ή 40 ή 50 ή 60 γραμμάρια, ανάλογα ποιες από αυτές έχουμε τοποθετήσει στη ζυγαριά.

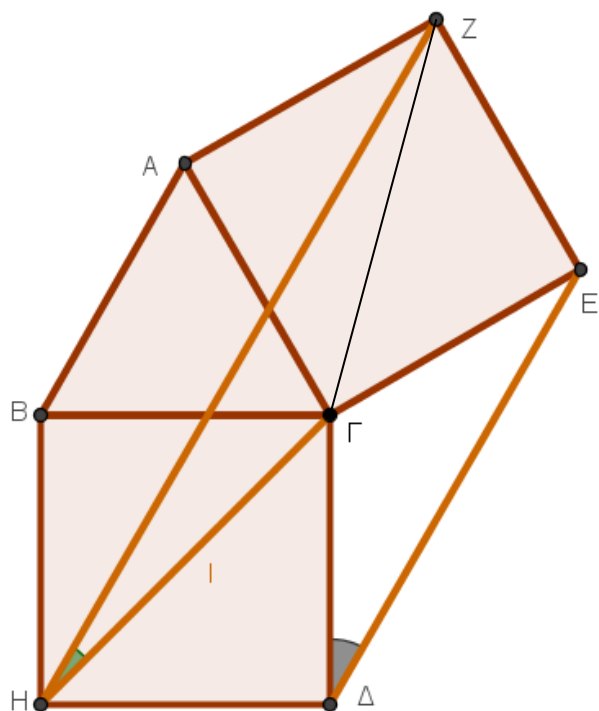
Έτσι, έχουμε τις παρακάτω 4 περιπτώσεις.

1. Αν δείξει 30 γραμμάρια, τότε είναι σίγουρο ότι ζυγίσαμε τη μπάλα 10 και μία από τις δύο μπάλες των 20 γραμμαρίων. Μένουν εκτός μία μπάλα 20 και αυτή των 40 γραμμαρίων. Με ένα επιπλέον τυχαίο ζύγισμα καταλαβαίνουμε αμέσως ποια είναι η μπάλα των 40 γραμμαρίων.
2. Αν δείξει 40 γραμμάρια, τότε είναι σίγουρο ότι ζυγίσαμε τις δύο μπάλες των 20 γραμμαρίων. Μένουν εκτός μία μπάλα 10 και αυτή των 40 γραμμαρίων. Με ένα επιπλέον τυχαίο ζύγισμα καταλαβαίνουμε αμέσως ποια είναι η μπάλα των 40 γραμμαρίων.
3. Αν δείξει 50 γραμμάρια, τότε είναι σίγουρο ότι ζυγίσαμε τη μπάλα 10 και την μπάλα των 40 γραμμαρίων. Με ένα επιπλέον τυχαίο ζύγισμα καταλαβαίνουμε αμέσως ποια είναι η μπάλα των 40 γραμμαρίων.
4. Αν δείξει 60 γραμμάρια, τότε είναι σίγουρο ότι ζυγίσαμε την μπάλα 40 και μία από τις δύο μπάλες των 20 γραμμαρίων. Με ένα επιπλέον τυχαίο ζύγισμα καταλαβαίνουμε αμέσως ποια είναι η μπάλα των 40 γραμμαρίων.

### ΑΠΑΝΤΗΣΗ ΣΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ 4<sup>ο</sup>

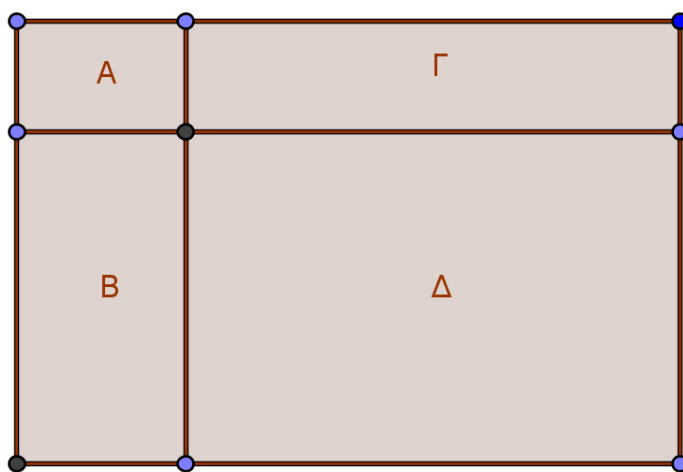
A) Η γωνία  $\Delta Γ Ε$  είναι  $120^\circ$ , επειδή οι άλλες γωνίες γύρω από αυτήν είναι  $\Delta Γ Β = 90^\circ$  (γωνία τετραγώνου),  $Β Γ Α = 60^\circ$  (γωνία ισόπλευρου τριγώνου),  $Α Γ Ε = 90^\circ$  (γωνία τετραγώνου) και όλες μαζί έχουν άθροισμα  $360^\circ$ . Για το λόγο αυτό έχουμε γωνία  $\Delta Γ Ε = 360^\circ - 90^\circ - 60^\circ - 90^\circ = 120^\circ$ .

B) Φέρουμε την  $Γ Ζ$  και έτσι σχηματίζεται το τρίγωνο  $Η Γ Ζ$ , οι γωνίες του οποίου μπορούν να υπολογιστούν και να δώσουν απάντηση στο ερώτημά μας. Το τρίγωνο  $\Delta Γ Ζ$  είναι ισοσκελές αφού  $\Delta Γ = Γ Ζ$  είναι διαγώνιες ίσων τετραγώνων. Επίσης, γωνία  $\Delta Γ Ζ = 45^\circ + 60^\circ + 45^\circ = 150^\circ$  επειδή γωνία  $\Delta Γ Β = 45^\circ$ , (η διαγώνιος τετραγώνου χωρίζει τη γωνία  $90^\circ$  στη μέση), γωνία  $Β Γ Α = 60^\circ$  (γωνία ισόπλευρου τριγώνου) και γωνία  $Α Γ Ζ = 45^\circ$  (πάλι από διαγώνιο τετραγώνου). Άρα, στο ισοσκελές τρίγωνο  $\Delta Γ Ζ$  η μεγαλύτερη γωνία του είναι  $150^\circ$ , και οι άλλες δύο που είναι ίσες πρέπει να είναι από  $15^\circ$ , αφού  $150^\circ + 15^\circ + 15^\circ = 180^\circ$ . Άρα, γωνία  $Ζ Η Γ = 15^\circ$ .



### ΑΠΑΝΤΗΣΗ ΣΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ 5<sup>ο</sup>

Το ορθογώνιο Α αφού έχει πλευρές 2 και 3 μέτρα αντίστοιχα, έχει εμβαδόν 6 τ. μέτρα. Η μία πλευρά του ορθογωνίου Β είναι και αυτή 3 (όχι 2 μέτρα σύμφωνα με το σχήμα), επειδή είναι γειτονική με πλευρά του Α. Επειδή η άλλη πλευρά του Β είναι 6 μέτρα, το εμβαδόν του Β είναι  $3 \times 6 = 18$  τ. μέτρα. Το ίδιο εμβαδόν έχει και το ορθογώνιο Γ. Επειδή η μία πλευρά του είναι 2 μέτρα (όσο και η μία πλευρά του Α), σημαίνει ότι η άλλη πλευρά είναι  $18:2 = 9$  μέτρα.



Άρα, το ορθογώνιο Δ έχει τη μία πλευρά 9 μέτρα (αφού είναι γειτονική με πλευρά του Γ) και την άλλη πλευρά 6 μέτρα (αφού είναι γειτονική με πλευρά του Β). Αυτό σημαίνει ότι το Δ έχει εμβαδόν  $9 \times 6 = 54$  τ. μέτρα.