

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Δ΄ ΤΑΞΗΣ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 6 ΙΟΥΛΙΟΥ 2001
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ
ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ:
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΡΕΙΣ (3)**

ΘΕΜΑ 1ο

A. α) Να αποδείξετε ότι, αν $z_1 = \alpha + \beta i$ και $z_2 = \gamma + \delta i$, όπου $\alpha, \beta, \gamma, \delta \in \mathbf{R}$ είναι δύο μιγαδικοί αριθμοί, τότε

$$\overline{z_1 + z_2} = \overline{z_1} + \overline{z_2}$$

Μονάδες 6,5

β) Αν $z = \alpha + \beta i$, όπου $\alpha, \beta \in \mathbf{R}$, είναι ένας μιγαδικός αριθμός, να γράψετε στο τετράδιό σας τα γράμματα της **Στήλης I** του επόμενου πίνακα, και δίπλα σε κάθε γράμμα τον αριθμό της **Στήλης II** που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

Στήλη I	Στήλη II
A. $z + \bar{z}$	1. $\alpha - \beta$
B. $z - \bar{z}$	2. 2α
Γ. $z \cdot \bar{z}$	3. $2\beta i$
Δ. $ \bar{z} $	4. $\alpha + \beta$
	5. $\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}$
	6. $\alpha^2 + \beta^2$

Μονάδες 6

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

B.α) Δίνονται οι μιγαδικοί αριθμοί $z_1 = k + 15i$ και $z_2 = 5 + \lambda i$, όπου $k, \lambda \in \mathbf{R}$. Να βρείτε τις τιμές των k και λ , ώστε να ισχύει $z_1 = 5 \overline{z_2}$.

Μονάδες 6

β) Να βρείτε τους μιγαδικούς αριθμούς z , ώστε να ισχύει $z \cdot \bar{z} + (z - \bar{z}) = 5 + 2i$.

Μονάδες 6,5

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνεται η πραγματική συνάρτηση $f(x) = x^2 - kx + 1$, όπου $x \in \mathbf{R}$.

α) Να βρείτε την τιμή του k , για την οποία η γραφική παράσταση της συνάρτησης f διέρχεται από το σημείο $A(1,0)$.

Μονάδες 12

β) Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της f στο σημείο $B(0, f(0))$, όταν $k=17$.

Μονάδες 13

ΘΕΜΑ 3ο

Δίνεται ο μιγαδικός αριθμός $z = \frac{2}{1+i}$

α) Να γράψετε τον μιγαδικό αριθμό z στη μορφή $z = x + yi$, όπου $x, y \in \mathbf{R}$.

Μονάδες 8

β) Να γράψετε σε τριγωνομετρική μορφή τον μιγαδικό αριθμό z .

Μονάδες 8

γ) Να αποδείξετε ότι η εικόνα του μιγαδικού αριθμού z ανήκει στον κύκλο με κέντρο $K(2,0)$ και ακτίνα $\rho = \sqrt{2}$.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4ο

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$, όπου $x \in \mathbf{R}$

α) Να βρείτε την παράγωγο $f'(x)$.

Μονάδες 5

β) Να μελετήσετε ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα τη συνάρτηση f .

Μονάδες 12

γ) Να βρείτε (αν υπάρχουν) τις οριζόντιες ασύμπτωτες της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f .

Μονάδες 8

ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους υποψηφίους)

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, κατεύθυνση, εξεταζόμενο μάθημα). Τα θέματα δεν θα τα αντιγράψετε στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. Δεν επιτρέπεται να γράψετε καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα.
4. Κάθε λύση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: Τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Χρόνος δυνατής αποχώρησης : Μία (1) ώρα μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ