

ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ  
Δ' ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ  
ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 9 ΙΟΥΝΙΟΥ 2000  
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ  
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ  
(ΚΑΙ ΤΩΝ ΔΥΟ ΚΥΚΛΩΝ)

**ΘΕΜΑ 1ο**

**A.** Δίνεται ο μιγαδικός αριθμός  $z = \alpha + \beta i$  όπου  $\alpha, \beta \in \mathbf{R}$ .  
Στη στήλη I του επόμενου πίνακα δίνονται ορισμένα σύμβολα και παραστάσεις που έχουν σχέση με το μιγαδικό αριθμό  $z$ . Κάθε ένα από αυτά είναι ίσο με μία μόνο από τις εκφράσεις που δίνονται στη στήλη II

| ΣΤΗΛΗ I                          | ΣΤΗΛΗ II                              |
|----------------------------------|---------------------------------------|
| <b>A.</b> $\operatorname{Re}(z)$ | <b>1.</b> $\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}$ |
| <b>B.</b> $ z $                  | <b>2.</b> $\beta$                     |
| <b>Γ.</b> $\bar{z}$              | <b>3.</b> $\beta i$                   |
| <b>Δ.</b> $z \bar{z}$            | <b>4.</b> $\alpha - \beta i$          |
| <b>E.</b> $z + \bar{z}$          | <b>5.</b> $\alpha^2 + \beta^2$        |
| <b>ΣΤ.</b> $z - \bar{z}$         | <b>6.</b> $\alpha$                    |
| <b>Z.</b> $\operatorname{Im}(z)$ | <b>7.</b> $2\alpha$                   |
|                                  | <b>8.</b> $2\beta i$                  |
|                                  | <b>9.</b> $-\alpha + \beta i$         |

Να γράψετε στο τετράδιό σας τα γράμματα της πρώτης στήλης και, δίπλα ακριβώς, τον αριθμό της δεύτερης στήλης που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

*Μονάδες 14*

**B.** Δίνεται ο μιγαδικός αριθμός  $z = 3-4i$ . Να βρείτε :

α) το πραγματικό μέρος  $\text{Re}(z)$  και το φανταστικό μέρος  $\text{Im}(z)$  του μιγαδικού αριθμού  $z$

*Μονάδες 3*

β) τον συζυγή  $\bar{z}$  του μιγαδικού αριθμού  $z$

*Μονάδες 4*

γ) το μέτρο  $|z|$  του μιγαδικού αριθμού  $z$ .

*Μονάδες 4*

### **ΘΕΜΑ 2ο**

Δίνονται οι πίνακες

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} .$$

α) Να δείξετε ότι ισχύει  $A^2 = 2A - I$ .

*Μονάδες 9*

β) Να δείξετε ότι ισχύει  $A(2I - A) = I$ .

*Μονάδες 8*

γ) Να βρείτε τον πίνακα  $X$  ώστε να ισχύει  $2X - I = A^2$ .

*Μονάδες 8*

### ΘΕΜΑ 3ο

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$ .

α) Να βρείτε το όριο  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ .

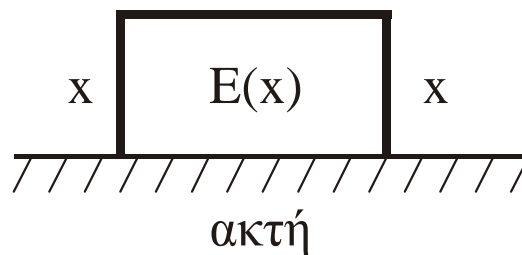
*Μονάδες 12*

β) Να βρείτε την παράγωγο της συνάρτησης  $f$ .

*Μονάδες 13*

### ΘΕΜΑ 4ο

Ένας ιχθυοκαλλιεργητής πήρε άδεια να χρησιμοποιήσει μία θαλάσσια περιοχή σχήματος ορθογωνίου την οποία θα περιφράξει με δίχτυ μήκους 600 μέτρων. Μόνο οι τρεις από τις τέσσερις πλευρές πρόκειται να περιφραχτούν με δίχτυ, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



α) Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν  $E(x)$  της θαλάσσιας

περιοχής που θα χρησιμοποιηθεί δίνεται από τον τύπο

$$E(x) = -2x^2 + 600x$$

(υποθέτουμε ότι  $0 < x < 300$ ).

*Μονάδες 6*

**β)** Να υπολογίσετε την τιμή του  $x$  έτσι ώστε το εμβαδόν  $E(x)$  της περιοχής να γίνει μέγιστο.

*Μονάδες 14*

**γ)** Να υπολογίσετε τη μέγιστη τιμή του εμβαδού.

*Μονάδες 5*