

ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Δ' ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΔΕΥΤΕΡΑ 12 ΙΟΥΝΙΟΥ 2000
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΘΕΜΑ 1ο

Α. α. Αν A είναι ένας αντιστρέψιμος πίνακας, να δείξετε ότι ισχύει η ισοδυναμία:

$$A X = B \Leftrightarrow X = A^{-1}B$$

Μονάδες 6,5

β. Στις επόμενες δύο ερωτήσεις να γράψετε τον αριθμό της ερώτησης (**1.Α.β.1** και **1.Α.β.2**) και δίπλα ακριβώς, το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

1. Ο πίνακας $\begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{bmatrix}$ είναι αντιστρέψιμος αν και μόνο αν

Α. $\begin{vmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{vmatrix} = 0$ **Β.** $\beta = \delta = 0$ **Γ.** $\begin{vmatrix} \alpha & \gamma \\ \beta & \delta \end{vmatrix} = 0$

Δ. $\begin{vmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{vmatrix} \neq 0$ **Ε.** $\alpha = \gamma = 0$

Μονάδες 3

2. Έστω ο πίνακας $A = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{bmatrix}$ με ορίζουσα

$$D = \begin{vmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{vmatrix}.$$

Ο αντίστροφος του πίνακα A , αν υπάρχει, δίνεται από τον τύπο:

$$\text{A. } A^{-1} = \frac{1}{D} \begin{bmatrix} \delta & -\beta \\ -\gamma & \alpha \end{bmatrix} \quad \text{B. } A^{-1} = \begin{bmatrix} \delta & -\beta \\ -\gamma & \alpha \end{bmatrix}$$

$$\text{Γ. } A^{-1} = D \cdot \begin{bmatrix} \delta & -\beta \\ -\gamma & \alpha \end{bmatrix} \quad \text{Δ. } A^{-1} = \frac{1}{D} \begin{bmatrix} \delta & \beta \\ \gamma & \alpha \end{bmatrix}$$

$$\text{Ε. } A^{-1} = \begin{bmatrix} \delta & \beta \\ \gamma & \alpha \end{bmatrix}$$

Μονάδες 3

B. Δίνονται οι πίνακες $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$ και $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$.

α. Να αποδείξετε ότι ο αντίστροφος του πίνακα A

είναι ο πίνακας $A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

Μονάδες 6

β. Να λύσετε την εξίσωση $A X = B$

Μονάδες 6,5

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνονται οι μιγαδικοί αριθμοί $z_1 = 7 + 8i$ και $z_2 = 4 - 5i$.

α. Να υπολογίσετε το μιγαδικό αριθμό $z_1 \cdot z_2$.

Μονάδες 8

β. Να υπολογίσετε το μιγαδικό αριθμό $\frac{z_1}{z_2}$.

Μονάδες 8

γ. Αν $z = z_1 - \bar{z}_2$ να γράψετε το μιγαδικό αριθμό z σε τριγωνομετρική μορφή και στη συνέχεια να υπολογίσετε τον αριθμό z^4 .

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 3ο

Δίνεται η συνάρτηση με τύπο:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - x}{x - 1}, & x < 1 \\ \alpha x - 2\alpha + 3, & x \geq 1. \end{cases}$$

α. Να βρείτε την τιμή του α ώστε η συνάρτηση f να είναι συνεχής στο σημείο $x_0 = 1$

Μονάδες 13

β. Να υπολογίσετε τα όρια $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$.

Μονάδες 12

ΘΕΜΑ 4ο

Η κατανάλωση σε λίτρα ανά 100 χιλιόμετρα ενός κινητήρα, όταν αυτός λειτουργεί με x χιλιάδες στροφές ανά λεπτό, δίνεται από τη συνάρτηση

$$f(x) = \frac{1}{9}x^3 - \frac{1}{3}x^2 - x + 10, \quad 1 < x < 5.$$

- α.** Να βρείτε την τιμή του x για την οποία έχουμε τη μικρότερη κατανάλωση, καθώς επίσης και πόση είναι η κατανάλωση αυτή.

Μονάδες 13

- β.** Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής της κατανάλωσης του αυτοκινήτου για $x_1=2$ και για $x_2=4$ (δηλαδή για 2.000 στροφές ανά λεπτό και 4.000 στροφές ανά λεπτό αντίστοιχα).

Μονάδες 12