

ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ - Δ΄ ΕΣΠΕΡΙΩΝ

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Δ΄ ΤΑΞΗΣ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΣΑΒΒΑΤΟ 4 ΙΟΥΝΙΟΥ 2011

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ
ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)

ΘΕΜΑ Α

A1. Έστω x_1, x_2, \dots, x_k οι τιμές μίας μεταβλητής X που αφορούν τα άτομα ενός δείγματος μεγέθους n , $k \leq n$ και f_1, f_2, \dots, f_k οι σχετικές τους συχνότητες αντίστοιχα.

Να αποδείξετε ότι:

α) $0 \leq f_i \leq 1$, για κάθε $i=1, 2, \dots, k$

β) $f_1 + f_2 + \dots + f_k = 1$

Μονάδες 7

A2. Πότε μια συνάρτηση f λέγεται συνεχής στο πεδίο ορισμού της A ;

Μονάδες 4

A3. Πότε λέμε ότι μία συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σε ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της A ;

Μονάδες 4

A4. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Αν $x > 0$, τότε $(\sqrt{x})' = \frac{1}{\sqrt{x}}$

β) Αν μια συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα Δ και ισχύει $f'(x) > 0$ για κάθε εσωτερικό σημείο Δ , τότε η f είναι γνησίως αύξουσα στο Δ .

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ - Δ΄ ΕΣΠΕΡΙΩΝ

- γ) Η αθροιστική συχνότητα N_i μιας κατανομής εκφράζει το πλήθος των παρατηρήσεων που είναι μικρότερες ή ίσες της τιμής x_i .
- δ) Στην κανονική κατανομή το 95% περίπου των παρατηρήσεων βρίσκεται στο διάστημα $(\bar{x} - s, \bar{x} + s)$, όπου \bar{x} η μέση τιμή και s η τυπική απόκλιση.
- ε) Η διάμεσος (δ) ενός δείγματος n παρατηρήσεων οι οποίες έχουν διαταχθεί σε αύξουσα σειρά ορίζεται πάντα ως η μεσαία παρατήρηση.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση f με $f(x) = 2 - \frac{\kappa}{x}$, $\kappa \in \mathbb{R}$, $x \neq 0$.

B1. Να δείξετε ότι η συνάρτηση g με $g(x) = x f'(x) + f(x)$ είναι σταθερή.

Μονάδες 5

B2. Να υπολογισθεί η τιμή του κ , αν γνωρίζουμε ότι η γραφική παράσταση της συνάρτησης f διέρχεται από το σημείο $A(3,1)$.

Μονάδες 5

Για $\kappa = 3$:

B3. Να βρεθεί η εξίσωση της εφαπτομένης στο σημείο $B(1, f(1))$ της γραφικής παράστασης της f .

Μονάδες 5

B4. Να υπολογισθεί το εμβαδόν του τριγώνου που έχει κορυφές: την αρχή των αξόνων και τα σημεία στα οποία η εφαπτομένη του ερωτήματος B3, τέμνει τους άξονες x' και y' .

Μονάδες 5

B5. Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα στο πεδίο ορισμού της.

Μονάδες 5

ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ - Δ΄ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ

ΘΕΜΑ Γ

Υποθέτουμε ότι οι θερμοκρασίες (σε °C) σε μία περιοχή κατά τη διάρκεια ενός 24ώρου προσεγγίζονται από τις τιμές της συνάρτησης $\theta(t)=t-4\sqrt{t}+\alpha$, όπου $\alpha \in \mathbb{R}$ και $t \in (0,24]$ ο χρόνος σε ώρες.

Γ1. Να αποδείξετε ότι για $t \in (0,4]$ η θερμοκρασία μειώνεται και για $t \in (4,24]$ η θερμοκρασία αυξάνεται.

Μονάδες 7

Γ2. Να υπολογίσετε την τιμή του α αν γνωρίζετε ότι η ελάχιστη θερμοκρασία της περιοχής εντός του 24ώρου είναι -1°C .

Μονάδες 6

Γ3. Για $\alpha=3$ να βρείτε τις ώρες που η θερμοκρασία της περιοχής είναι 0°C .

Μονάδες 5

Γ4. Να υπολογίσετε το $\lim_{t \rightarrow 4} \frac{\theta'(t)}{t^2 - 16}$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Δ

Οι ηλικίες των εργαζομένων σε μια εταιρεία έχουν ομαδοποιηθεί σε 4 κλάσεις ίσου πλάτους, όπως εμφανίζονται στον παρακάτω πίνακα συχνοτήτων.

ΗΛΙΚΙΕΣ (χρόνια)	x_i	v_i	$f_i \%$	N_i	$F_i \%$	$v_i x_i$
$[25,)$			x			
$[,)$			$x+20$			
$[,)$			$2x$			
$[,)$			x^2-6x	50		
ΣΥΝΟΛΟ						

ΑΡΧΗ 4ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ - Δ΄ ΕΣΠΕΡΙΩΝ

Δ1. Να βρεθούν οι σχετικές συχνότητες f_i % $i=1,2,3,4$

Μονάδες 6

Δ2. Αν η διάμεσος της κατανομής των ηλικιών είναι $\delta=50$ χρόνια, να αποδείξετε ότι το πλάτος της κλάσης είναι $c=10$.

Μονάδες 8

Δ3. Αφού μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον παραπάνω πίνακα συμπληρωμένο κατάλληλα, να υπολογίσετε την μέση τιμή \bar{x} των ηλικιών.

Μονάδες 6

Δ4. Πόσοι εργαζόμενοι, των οποίων οι ηλικίες ανήκουν στην πρώτη κλάση, πρέπει να προσληφθούν, ώστε η νέα μέση ηλικία να είναι 40 χρόνια;

Μονάδες 5

ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζομένους)

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Να μην αντιγράψετε τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. Δεν επιτρέπεται να γράψετε καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα.
4. Να γράψετε τις απαντήσεις σας **μόνο** με μπλε ή **μόνο** με μαύρο στυλό. Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε μολύβι μόνο για σχέδια, διαγράμματα και πίνακες.
5. Να μη χρησιμοποιήσετε χαρτί μιλιμετρέ.
6. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
7. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
8. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: 18.30.

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ
ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**

ΤΕΛΟΣ 4ΗΣ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙΔΕΣ