

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Β' ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΤΡΙΤΗ 9 ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2003
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)**

ΘΕΜΑ 1ο

A. Δίνεται το διάνυσμα $\vec{\alpha} = (x, y)$ του καρτεσιανού επιπέδου. Να αποδείξετε ότι $|\vec{\alpha}| = \sqrt{x^2 + y^2}$.

Μονάδες 9

B. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α. Αν $\vec{\alpha} \perp \vec{\beta}$ (δηλαδή τα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ είναι κάθετα μεταξύ τους), τότε $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = 0$.

Μονάδες 2

β. Έστω α, β μη μηδενικοί ακέραιοι. Αν $\alpha | \beta$ και $\beta | \alpha$, τότε ισχύει πάντα ότι $\alpha = \beta$.

Μονάδες 2

γ. Η ευθεία με εξίσωση $Ax + By + \Gamma = 0$ είναι παράλληλη στο διάνυσμα $\vec{\delta} = (B, -A)$.

Μονάδες 2

- δ. Η εξίσωση της παραβολής με εστία $E\left(\frac{p}{2}, 0\right)$ και διευθετούσα $\delta: x = -\frac{p}{2}$ είναι $x^2 = 2py$.

Μονάδες 2

- Γ. Στη **Στήλη Α** δίνονται εξισώσεις κωνικών τομών και στη **Στήλη Β** ονομασίες γραμμών του επιπέδου. Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα της **Στήλης Α** και δίπλα σε κάθε γράμμα τον αριθμό της **Στήλης Β** που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

Στήλη Α	Στήλη Β
α. $\frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{y^2}{\beta^2} = 1$, $\alpha > \beta > 0$	1. Κύκλος
β. $\frac{x^2}{\alpha^2} - \frac{y^2}{\beta^2} = 1$, $\alpha > 0, \beta > 0$	2. Ευθεία
γ. $y^2 = 2px$, $p > 0$	3. Υπερβολή
δ. $x^2 + y^2 = \rho^2$, $\rho > 0$	4. Παραβολή
	5. Έλλειψη

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνονται τα σημεία $A(14,5)$ και $B(2, -1)$.

- α. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση της ευθείας ε που διέρχεται από τα σημεία A και B είναι $x - 2y - 4 = 0$.

Μονάδες 13

- β. Να αποδείξετε ότι η ευθεία ε τέμνει τους άξονες $x'x$, $y'y$ στα σημεία $K(4,0)$ και $\Lambda(0,-2)$ αντιστοίχως.

Μονάδες 12

ΘΕΜΑ 3ο

Αν το υπόλοιπο της διαίρεσης των ακεραίων αριθμών α και β με το 5 είναι 2, τότε:

- α. Να αποδείξετε ότι ο αριθμός $\alpha^2 + \beta^2 - 2003$ είναι πολλαπλάσιο του 5.

Μονάδες 12

- β. Να βρείτε το υπόλοιπο της διαίρεσης του αριθμού $8\alpha + 9\beta$ με το 5.

Μονάδες 13

ΘΕΜΑ 4ο

Δίνεται η εξίσωση $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 3 = 0$ και το σημείο $M(2,1)$.

- α. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση αυτή παριστάνει κύκλο με κέντρο το σημείο $K(2, -1)$ και ακτίνα $\rho = \sqrt{2}$.

Μονάδες 6

- β. Να βρείτε τις εξισώσεις των εφαπτομένων του κύκλου που διέρχονται από το σημείο $M(2,1)$.

Μονάδες 10

- γ. Αν A , B είναι τα σημεία επαφής των παραπάνω εφαπτομένων με τον κύκλο, να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου MAB .

Μονάδες 9

ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, κατεύθυνση, εξεταζόμενο μάθημα). Τα θέματα να μην τα αντιγράψετε στο τετράδιο. Τα σχήματα που θα χρησιμοποιήσετε στο τετράδιο μπορούν να γίνουν και με μολύβι.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. Καμιά άλλη σημείωση δεν επιτρέπεται να γράψετε. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα, τα οποία και θα καταστραφούν μετά το πέρας της εξέτασης.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα.
4. Κάθε λύση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: Τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Χρόνος δυνατής αποχώρησης : Μετά τη 10η πρωινή.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**