

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Β' ΤΑΞΗΣ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΔΕΥΤΕΡΑ 10 ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2001
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ
ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ :
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**

ΘΕΜΑ 1ο

A.1. Αν $\vec{\alpha} = (x_1, y_1)$ και $\vec{\beta} = (x_2, y_2)$ είναι δυο μη μηδενικά διανύσματα του επιπέδου που σχηματίζουν γωνία θ , να

αποδείξετε ότι: $\cos \theta = \frac{x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2}}$

Μονάδες 6,5

A.2. Να γράψετε στο τετράδιο σας τα γράμματα της **Στήλης Α** και δίπλα σε κάθε γράμμα τον αριθμό της **Στήλης Β** που αντιστοιχεί στη, σωστή απάντηση.

Στήλη Α

- α. κάθετα διανύσματα $\vec{\alpha} \neq \vec{0}, \vec{\beta} \neq \vec{0}$
β. ομόρροπα διανύσματα $\vec{\alpha} \neq \vec{0}, \vec{\beta} \neq \vec{0}$
γ. αντίρροπα διανύσματα $\vec{\alpha} \neq \vec{0}, \vec{\beta} \neq \vec{0}$

Στήλη Β

1. $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = |\vec{\alpha}| \cdot |\vec{\beta}|$
2. $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = -|\vec{\alpha}| \cdot |\vec{\beta}|$
3. $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = 0$
4. $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = 2 |\vec{\alpha}| \cdot |\vec{\beta}|$

Μονάδες 6

B. Να γράψετε στο τετράδιο σας το γράμμα που αντιστοιχεί στη, σωστή απάντηση.

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = (\lambda, 2)$ και $\vec{\beta} = (2, \lambda)$ όπου $\lambda \in \mathbb{R}$.

B.1. Αν τα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ είναι κάθετα, τότε:

- α. $\lambda = 1$ β. $\lambda = 0$ γ. $\lambda = -2$ δ. $\lambda = 2$

Μονάδες 4

B.2. Αν τα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ είναι ομόρροπα, τότε:

- α. $\lambda = 1$ β. $\lambda = 0$ γ. $\lambda = -2$ δ. $\lambda = 2$

Μονάδες 4,5

B.3. Αν τα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ είναι αντίρροπα, τότε:

- α. $\lambda = -1$ β. $\lambda = 0$ γ. $\lambda = -2$ δ. $\lambda = 2$

Μονάδες 4

ΘΕΜΑ 2ο

Ενός παραλληλογράμμου $AB\Gamma\Delta$, η πλευρά AB ανήκει στην ευθεία με εξίσωση $3x - 7y + 27 = 0$ και η πλευρά $A\Delta$ στην ευθεία με εξίσωση $4x + y + 5 = 0$.

Οι διαγώνιοι $A\Gamma$, $B\Delta$ του παραλληλογράμμου τέμνονται στο σημείο $K\left(2, \frac{5}{2}\right)$

α. Να αποδείξετε ότι η κορυφή Γ έχει συντεταγμένες $(6,2)$.

Μονάδες 10

β. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας στην οποία ανήκει η πλευρά $B\Gamma$.

Μονάδες 6

γ. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας στην οποία ανήκει η διαγώνιος $B\Delta$.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 3ο

Να αποδείξετε ότι για κάθε θετικό ακέραιο n ισχύει:

α. $3^{3n} + 51 = \text{πολ } 26$

Μονάδες 15

β. $3^{3n} - 1 = \text{πολ } 26$

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 4ο

Η παραβολή με εξίσωση $y^2 = ax$ διέρχεται από το σημείο $A(2,4)$, όπου $a \in \mathbb{R}$

α. Να αποδείξετε ότι η εστία της παραβολής είναι το σημείο $E(2,0)$.

Μονάδες 5

β. Έστω E' το συμμετρικό της εστίας E ως προς τον άξονα $y'y$. Αν $M(x,y)$ είναι ένα οποιοδήποτε σημείο για το οποίο ισχύει $\overrightarrow{ME}^2 = \overrightarrow{ME} \cdot \overrightarrow{E'E}$, να αποδείξετε ότι το σημείο $M(x,y)$ ανήκει στον κύκλο με κέντρο την αρχή των αξόνων $O(0,0)$ και ακτίνα 2.

Μονάδες 10

γ. Να βρείτε τις εξισώσεις των εφαπτόμενων του παραπάνω κύκλου που διέρχονται από το σημείο A .

Μονάδες 10