

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Β' ΤΑΞΗΣ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 8 ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2000
ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ: ΘΕΤΙΚΗ
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΘΕΜΑ 1ο

A.1. Αν $\vec{\alpha} = (x_1, y_1)$ και $\vec{\beta} = (x_2, y_2)$ δυο διανύσματα του καρτεσιανού επιπέδου, να γράψετε τις συντεταγμένες των παρακάτω διανυσμάτων:
 $\vec{\alpha} + \vec{\beta}$ και $\lambda\vec{\alpha} + \mu\vec{\beta}$, με λ, μ πραγματικούς αριθμούς.

Μονάδες 3

A.2. Αν $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$ δυο σημεία του καρτεσιανού επιπέδου και (x, y) οι συντεταγμένες του μέσου M του AB , να αποδείξετε ότι:

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2}, \quad y = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

Μονάδες 6,5

A.3. Αν $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$ δυο σημεία του καρτεσιανού επιπέδου, να γράψετε τις σχέσεις που δίνουν τις συντεταγμένες του διανύσματος $\overrightarrow{AB}$ και την απόσταση (AB) των σημείων A και B .

Μονάδες 3

B.1. Στη Στήλη Α δίνονται οι συντεταγμένες δυο σημείων του καρτεσιανού επιπέδου και στη Στήλη Β οι συντεταγμένες του διανύσματος $\overrightarrow{AB}$ και η απόσταση (AB) των σημείων A και B . Να γράψετε στο τετράδιο σας τα γράμματα της Στήλης Α και δίπλα σε κάθε γράμμα τον αριθμό της Στήλης Β που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

Στήλη Α

Στήλη Β

α. $A(1,3)$ και $B(-2,5)$

1. $\overrightarrow{AB} = (-3,2)$ και $(AB) = \sqrt{15}$

β. $A(2,-1)$ και $B(2,-3)$

2. $\overrightarrow{AB} = (0,-2)$ και $(AB) = 2$

γ. $A(4,-3)$ και $B(6,-3)$

3. $\overrightarrow{AB} = (-3,2)$ και $(AB) = \sqrt{13}$

4. $\overrightarrow{AB} = (2, 0)$ και $(AB) = 2$

Μονάδες 6

B.2. Να γράψετε στο τετράδιο σας το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση. Αν $K(x_1, 6)$ και $\Lambda(-9, y_2)$ δυο σημεία του καρτεσιανού επιπέδου και $(-5, 4)$ οι συντεταγμένες του μέσου M του $K\Lambda$, τότε:

A: $x_1 = 1$ και $y_2 = -2$

B: $x_1 = -1$ και $y_2 = 2$

Γ: $x_1 = -3$ και $y_2 = 2$

Δ: $x_1 = 4$ και $y_2 = 5$

E: κανένα από τα προηγούμενα

Μονάδες 6,5

ΘΕΜΑ 2ο

Αν α είναι ένας άρτιος ακέραιος αριθμός, να αποδείξετε ότι:

α. $(\alpha+1)^2 - 1 = 4\lambda$, όπου λ ακέραιος αριθμός.

Μονάδες 10

β.
$$\frac{\alpha^2 + (\alpha+1)^2 + (\alpha+3)^2 - 2\alpha + 2}{4} = 3\mu$$
, όπου μ ακέραιος αριθμός.

Μονάδες 15

ΘΕΜΑ 3ο

Δίνεται το σημείο $A(2,1)$ του καρτεσιανού επιπέδου Oxy .

α. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας OA .

Μονάδες 5

β. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας (ε) που διέρχεται από το σημείο A και είναι κάθετη στην ευθεία OA .

Μονάδες 7

γ. Η ευθεία (ε) τέμνει τον άξονα $x'x$ στο σημείο B . Να βρείτε την εξίσωση του ύψους του τριγώνου OAB που διέρχεται από την κορυφή A .

Μονάδες 6

δ. Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου OAB .

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4ο

α. Δίνεται η εξίσωση $(x-1)(x-3) + (y-3)(y-5) = 0$. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση αυτή παριστάνει κύκλο και να βρείτε το κέντρο και την ακτίνα του.

Μονάδες 8

β. Σε τοπογραφικό σχεδιάγραμμα, με καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων Oxy τα σημεία $A(1,3)$, $B(3,3)$, $\Gamma(3,5)$ και $\Delta(1,5)$ παριστάνουν τις θέσεις τεσσάρων δήμων. Να αποδείξετε ότι μπορεί να χαραχθεί περιφερειακός κυκλικός δρόμος που να διέρχεται από τους τέσσερις δήμους.

Μονάδες 7

γ. Αν θεωρήσουμε ότι στο ίδιο σύστημα αξόνων του ερωτήματος β, οι συντεταγμένες ενός αυτοκινήτου K για κάθε χρονική στιγμή t ($t > 0$) είναι $(t, t+2)$, να βρείτε αν η γραμμή, στην οποία κινείται το αυτοκίνητο K , συναντά τον κυκλικό περιφερειακό δρόμο και αν ναι, σε ποια σημεία;

Μονάδες 10