

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Β' ΤΑΞΗΣ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΔΕΥΤΕΡΑ 20 ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 1999
ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ: ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗ
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**

ΘΕΜΑ 1ο

A. α) Αν $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$ είναι δυο μη μηδενικά διανύσματα και θ είναι η γωνία που σχηματίζουν, τότε για το εσωτερικό γινόμενο των διανυσμάτων $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ ισχύει πάντοτε:

A. $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = |\vec{\alpha}| \cdot |\vec{\beta}| \sin \theta$

B. $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = |\vec{\alpha}| \cdot |\vec{\beta}| \eta \mu \theta$

Γ. $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = |\vec{\alpha}| \cdot |\vec{\beta}| \epsilon \phi \theta$

Δ. $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = |\vec{\alpha}| \cdot |\vec{\beta}|$

E. $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = -|\vec{\alpha}| \cdot |\vec{\beta}|$

(Μονάδες 5)

β) Να δείξετε ότι το εσωτερικό γινόμενο δυο διανυσμάτων $\vec{\alpha} = x_1 \vec{i} + y_1 \vec{j}$ και $\vec{\beta} = x_2 \vec{i} + y_2 \vec{j}$ είναι ίσο με το άθροισμα των γινομένων των ομώνυμων συντεταγμένων τους, δηλαδή

$$\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = x_1 x_2 + y_1 y_2.$$

(Μονάδες 7,5)

B. α) Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ για τα οποία ισχύουν $|\vec{\alpha}| = 2\sqrt{2}$, $|\vec{\beta}| = 3$ και σχηματίζουν μεταξύ τους γωνία $\theta = 45^\circ$. Τότε, το εσωτερικό γινόμενο $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}$ είναι:

A. 0, B. -6, Γ. 6, Δ. $3\sqrt{3}$, E. $-3\sqrt{6}$.

(Μονάδες 6,5)

β) Δίνονται τα διανύσματα $\vec{x} = (3, 4)$ και $\vec{y} = (-1, 2)$. Να βρείτε το εσωτερικό γινόμενο $\vec{x} \cdot \vec{y}$.

(Μονάδες 6)

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνονται τα σημεία A(-1, 2k), B(k-1, 2+k) και Γ(k, k+3), όπου k πραγματικός αριθμός.

α) Να βρείτε τις συντεταγμένες των διανυσμάτων $\overrightarrow{AB}$ και $\overrightarrow{BG}$.

(Μονάδες 9)

β) Για ποια από τις παρακάτω τιμές του k τα σημεία A, B, Γ είναι συνευθειακά;

A. -1, B. 0, Γ. 1, Δ. 2, Ε. -2

(Μονάδες 9)

γ) Να αποδείξετε ότι για $k=1$ το σημείο B είναι το μέσο του τμήματος ΑΓ.

(Μονάδες 7)

ΘΕΜΑ 3ο

Μια ταράτσα πολυκατοικίας έχει σχήμα ορθογωνίου παραλληλογράμμου με διαστάσεις x και y , για τις οποίες ισχύει

$$20\text{m} \leq x \leq 20,5\text{m} \quad \text{και} \quad 15\text{m} \leq y \leq 16\text{m}.$$

α) Να βρείτε προσεγγιστικές τιμές με έλλειψη και υπέρβαση για το εμβαδόν της ταράτσας.

(Μονάδες 16)

β) Πρόκειται να γίνει μόνωση της ταράτσας, η οποία κοστίζει 25.000 δραχμές το τετραγωνικό μέτρο. Να βρείτε προσεγγιστικές τιμές με έλλειψη και υπέρβαση για το κόστος της μόνωσης.

(Μονάδες 9)

ΘΕΜΑ 4ο

Ο προϋπολογισμός μιας σήραγγας εκτιμήθηκε ότι είναι 3.200.000.000 δραχμές. Για την κατασκευή της σήραγγας ενδιαφέρθηκαν τρεις εταιρείες **A, B, Γ** οι οποίες συμμετείχαν στο διαγωνισμό ως εξής:

Η εταιρεία A προσέφερε ένα ποσοστό έκπτωσης επί του προϋπολογισμού, εκτιμώντας ότι για να κατασκευάσει το έργο θα δαπανήσει 2.400.000.000 δραχμές και επιδιώκοντας να έχει κέρδος 400.000.000 δραχμές.

Η εταιρεία B, εκτιμώντας ότι το έργο θα της κοστίσει 2.400.000.000 δραχμές, προσέφερε έκπτωση 10% επί του ποσού του προϋπολογισμού.

Η εταιρεία Γ, προσδοκώντας να κερδίσει 450.000.000 δραχμές, προσέφερε έκπτωση 11% επί του ποσού του προϋπολογισμού.

Να βρείτε :

α) Το ποσό της έκπτωσης που προσέφερε η εταιρεία A και να εκφρασθεί αυτό σε ποσοστό (επί τοις εκατό) στο ποσό του προϋπολογισμού.

(Μονάδες 9)

β) Το κέρδος που προσδοκά ότι θα έχει η εταιρεία B.

(Μονάδες 8)

γ) Το κόστος κατασκευής που εκτίμησε η εταιρεία Γ, όταν διαμόρφωσε την προσφορά της.

(Μονάδες 8)