

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Β' ΤΑΞΗΣ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΔΕΥΤΕΡΑ 9 ΙΟΥΛΙΟΥ 2001
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ
ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ: ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ**

ΘΕΜΑ 1ο

A1. Να αποδείξετε ότι, αν ένα τρίγωνο είναι ορθογώνιο, τότε το τετράγωνο μιας κάθετης πλευράς του ισούται με το γινόμενο της προβολής της στην υποτείνουσα επί την υποτείνουσα.

Μονάδες 6,5

A2. Να γράψετε στο τετράδιό σας τα γράμματα της **Στήλης Α** και δίπλα σε κάθε γράμμα τον αριθμό της **Στήλης Β**, έτσι ώστε να προκύπτει ισότητα:

Έστω τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\Gamma > 90^\circ$, AD ύψος και AM διάμεσο.

Στήλη Α	Στήλη Β
α. $AB^2 - A\Gamma^2$	1. $A\Gamma^2 + B\Gamma^2 + 2 B\Gamma \cdot D\Gamma$
β. AB^2	2. $AM^2 + \frac{B\Gamma^2}{2}$
γ. $AB^2 + A\Gamma^2$	3. $2 \cdot B\Gamma \cdot MD$
	4. $A\Gamma^2 + B\Gamma^2 - 2 B\Gamma \cdot D\Gamma$
	5. $2AM^2 + \frac{B\Gamma^2}{2}$
	6. $B\Gamma^2$

Μονάδες 6

B1. Να γράψετε στο τετράδιο σας το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση. Τα μήκη των πλευρών τριγώνου ΑΒΓ είναι: $\alpha = 5$, $\beta = 7$, $\gamma = 10$. Η διάμεσος μ_γ είναι:

A. $3\sqrt{2}$ B. $2\sqrt{3}$ Γ. $2\sqrt{2}$ Δ. $4\sqrt{3}$ Ε. $4\sqrt{2}$

Μονάδες 4

B2. Δίνεται κύκλος (Ο, R) και μία διάμετρος ΒΓ αυτού. Από σημείο Α του κύκλου φέρνουμε την ΑΔ κάθετη στη ΒΓ.

Αν $ΒΓ=20$ και $ΒΔ = \frac{1}{4}ΔΓ$, να δείξετε ότι $ΑΒ = 4\sqrt{5}$.

Μονάδες 4,5

B3. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με $ΓΑ = ΓΒ = 4$ και $Γ = 120^\circ$. Να δείξετε ότι $ΑΒ = 4\sqrt{3}$.

Μονάδες 4

ΘΕΜΑ 2ο

Τρίγωνο ΑΒΓ είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο. Φέρνουμε τη διάμεσο ΑΜ. Η προέκταση της τέμνει τον κύκλο στο σημείο Δ. Αν $\beta^2 + \gamma^2 = 3\alpha^2$, να δείξετε ότι:

α. $ΑΜ = \frac{\alpha\sqrt{5}}{2}$

Μονάδες 4

β. $ΜΔ = \frac{\alpha\sqrt{5}}{10}$

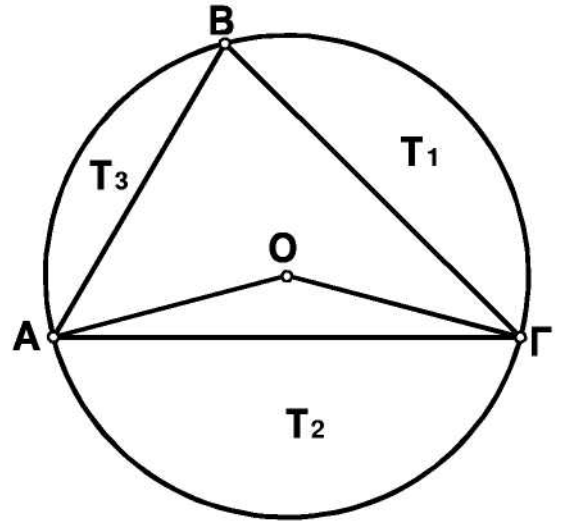
Μονάδες 9

γ. $\frac{E_{ΑΒΓ}}{E_{ΜΔΓ}} = 10$

Μονάδες 12

ΘΕΜΑ 3ο

Σε κύκλο (O, R) θεωρούμε τις διαδοχικές χορδές $AB = R\sqrt{2}$, $B\Gamma = R\sqrt{3}$. Να υπολογίσετε συναρτήσει του R :



- α. το εμβαδόν του κυκλικού τομέα $OA\Gamma$ που αντιστοιχεί στην κυρτή γωνία $AO\Gamma$.

Μονάδες 7

- β. το άθροισμα των εμβαδών των κυκλικών τμημάτων T_1, T_2, T_3 .

Μονάδες 10

- γ. τη χορδή $A\Gamma$.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 4ο

Στις πλευρές AB , $B\Gamma$, ΓA τριγώνου $AB\Gamma$ παίρνουμε αντίστοιχα τα σημεία Δ , E , Z τέτοια ώστε να είναι:

$$A\Delta = \frac{1}{3}AB, \quad BE = \lambda \cdot B\Gamma, \quad \Gamma Z = \lambda \cdot \Gamma A, \quad \text{όπου } 0 < \lambda < 1$$

Να δείξετε ότι:

α. $\frac{E_{A\Delta Z}}{E_{AB\Gamma}} = \frac{1-\lambda}{3}$

Μονάδες 7

β. $\frac{E_{\Delta EZ}}{E_{AB\Gamma}} = \frac{3\lambda^2 - 4\lambda + 2}{3}$

Μονάδες 10

- γ. αν $\lambda = \frac{2}{3}$, το τρίγωνο ΔEZ έχει το ελάχιστο δυνατό εμβαδόν

Μονάδες 8