

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Β' ΤΑΞΗΣ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΤΕΤΑΡΤΗ 6 ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2000
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ:
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ - ΚΛΑΔΟΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ**

ΘΕΜΑ 1ο

A1. Σε κάθε τρίγωνο ABΓ με ύψος ΑΔ, να αποδείξετε ότι το τετράγωνο μιας πλευράς, η οποία βρίσκεται απέναντι από οξεία γωνία, ισούται με το άθροισμα των τετραγώνων των δυο άλλων πλευρών, ελαττωμένο κατά το διπλάσιο του γινομένου της μιας από τις πλευρές αυτές επί την προβολή της άλλης πάνω σ' αυτήν, δηλαδή:

$$AB^2 = AG^2 + BG^2 - 2BG \cdot \Delta\Gamma$$

Μονάδες 8

A2. Να συμπληρώσετε το κατάλληλο σύμβολο (= , < , >) στις παρακάτω προτάσεις:

α. Σε τρίγωνο ABΓ ισχύει $\alpha^2 < \beta^2 + \gamma^2$, αν και μόνον αν $\hat{A} \dots 90^\circ$

β. Σε τρίγωνο ABΓ ισχύει $\alpha^2 > \beta^2 + \gamma^2$, αν και μόνον αν $\hat{A} \dots 90^\circ$

γ. Σε τρίγωνο ABΓ ισχύει $\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2$, αν και μόνον αν $\hat{A} \dots 90^\circ$

Μονάδες 4,5

B1. Να γράψετε στο τετράδιο σας το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

Σε τρίγωνο ABΓ δίνονται: AB = 3, BΓ=5 και ΑΓ=7.

Η προβολή της AB πάνω στην ΑΓ είναι:

$$A: 7 \quad B: 8,3 \quad \Gamma: \frac{65}{14} \quad \Delta: \sqrt{3}-1 \quad E: \frac{33}{14}$$

Μονάδες 6,5

B2. Στη **Στήλη Α** δίνεται το είδος της γωνίας ενός τριγώνου και στη **Στήλη Β** τριάδα αριθμών που μπορεί να είναι μήκη πλευρών τριγώνου. Να γράψετε τα γράμματα της **Στήλης Α** και δίπλα τον αριθμό της **Στήλης Β**, που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

Στήλη Α

α. $A > 90^\circ$

β. $A < 90^\circ$

γ. $A = 90^\circ$

Στήλη Β

1. $\alpha = 5\kappa, \beta = 4\kappa, \gamma = 3\kappa$
όπου κ θετικός ακέραιος

2. $\alpha = 7, \beta = 4, \gamma = 5$

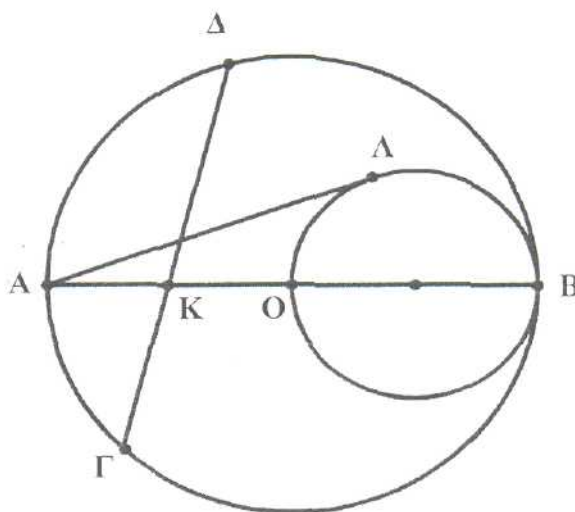
3. $\alpha = 4, \beta = 7, \gamma = 9$

4. $\alpha = 6, \beta = 8, \gamma = 15$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 2ο

Στο διπλανό σχήμα δίνονται κύκλος κέντρου O με διάμετρο $AB = 8$, K το μέσο της AO και $\Gamma\Delta$ η χορδή που διέρχεται από το K με $K\Gamma = 3$.



α. Να υπολογίσετε το $K\Delta$.

Μονάδες 10

β. Να υπολογίσετε το εφαπτόμενο τμήμα $A\Lambda$ του κύκλου που γράφεται με διάμετρο την OB .

Μονάδες 15

ΘΕΜΑ 3ο

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και E το μέσο της πλευράς AB . Προεκτείνουμε την πλευρά $B\Gamma$ προς το μέρος του B

κατά ευθύγραμμο τμήμα $B\Delta = \frac{B\Gamma}{2}$ και φέρουμε την

α. Να αποδείξετε ότι $(\Delta EB) = \frac{1}{2} (\Lambda \Delta B)$.

Μονάδες 5

β. Να βρείτε τους λόγους $\frac{(\Delta EB)}{(\Lambda B\Gamma)}$ και $\frac{(\Lambda B\Gamma)}{(\Lambda \Delta \Gamma)}$

Μονάδες 10

γ. Αν AM είναι η διάμεσος του τριγώνου $AB\Gamma$, να αποδείξετε ότι $(B\Delta E) = (\Lambda ME)$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 4ο

Τρεις κύκλοι (O_1, R_1) , (O_2, R_2) και (O_3, R_3) εφάπτονται ανά δυο εξωτερικά στα σημεία A , B και Γ .

$$\text{Αν } R_1 = R_2 = \sqrt{2} \text{ και } R_3 = 2 - \sqrt{2}$$

α. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $O_1O_2O_3$ είναι ορθογώνιο.

Μονάδες 5

β. Να υπολογίσετε την περίμετρο του καμπυλόγραμμου τριγώνου $AB\Gamma$.

Μονάδες 10

γ. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του καμπυλόγραμμου τριγώνου $AB\Gamma$.

Μονάδες 10