

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Β' ΤΑΞΗΣ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΠΕΜΠΤΗ 5 ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2002
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ
ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ : ΑΛΓΕΒΡΑ**

ΘΕΜΑ 1ο

A. Αν $\alpha > 0$ με $\alpha \neq 1$, τότε για οποιουσδήποτε αριθμούς $\theta_1, \theta_2 > 0$, να αποδείξετε ότι ισχύει:

$$\log_{\alpha}(\theta_1 \theta_2) = \log_{\alpha}\theta_1 + \log_{\alpha}\theta_2 .$$

Μονάδες 9

B. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη *Σωστό* ή *Λάθος* δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση

α. Τρεις μη μηδενικοί αριθμοί α, β, γ είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου, αν και μόνο αν ισχύει

$$\alpha^2 = \beta \gamma .$$

β. Τρεις αριθμοί α, β, γ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου, αν και μόνο αν ισχύει

$$\beta = \frac{\alpha + \gamma}{2}$$

γ. Ο $v^{\text{ος}}$ όρος μιας αριθμητικής προόδου με πρώτο όρο α_1 και διαφορά ω είναι

$$\alpha_v = \alpha_1 + (v - 1) \omega .$$

δ. Το άθροισμα των πρώτων n όρων μιας γεωμετρικής προόδου (α_v) με λόγο $\lambda \neq 1$ είναι

$$S_v = \alpha_1 \frac{\lambda^{v+1} - 1}{\lambda - 1} .$$

Μονάδες 8

Γ. Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα της Στήλης Α και δίπλα σε κάθε γράμμα τον αριθμό της Στήλης Β που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση

Στήλη Α	Στήλη Β
α. $\eta\mu(\alpha - \beta)$	1. 2ημασυνα
β. $\eta\mu 2\alpha$	2. $\frac{\epsilon\phi\alpha + \epsilon\phi\beta}{1 - \epsilon\phi\alpha \cdot \epsilon\phi\beta}$
γ. $\epsilon\phi 2\alpha$	3. $\eta\mu\alpha \sigma\upsilon\nu\beta - \eta\mu\beta \sigma\upsilon\alpha$
δ. $\epsilon\phi(\alpha - \beta)$	4. $\frac{2\epsilon\phi\alpha}{1 - \epsilon\phi^2\alpha}$
	5. $\sigma\upsilon\alpha \sigma\upsilon\nu\beta - \eta\mu\alpha \eta\mu\beta$
	6. $\frac{\epsilon\phi\alpha - \epsilon\phi\beta}{1 + \epsilon\phi\alpha \cdot \epsilon\phi\beta}$

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνεται το πολυώνυμο: $P(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$.

α. Να βρείτε την αριθμητική τιμή του πολυωνύμου $P(x)$ για $x = -1$.

Μονάδες 5

β. Να βρείτε το πηλίκο της διαίρεσης του πολυωνύμου $P(x)$ με το πολυώνυμο $x - 1$.

Μονάδες 10

γ. Να λύσετε την ανίσωση $P(x) < 0$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 3ο

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \left(\frac{\alpha - 1}{5}\right)^x$

α. Να βρείτε τις τιμές του $\alpha \in \mathbb{R}$, για τις οποίες η συνάρτηση f ορίζεται σε όλο το $\mathbb{R}$.

Μονάδες 7

β. Να βρείτε τις τιμές του $\alpha \in \mathbb{R}$, για τις οποίες η συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα.

Μονάδες 8

γ. Εάν $\alpha = 11$, να λύσετε την εξίσωση $f(x) + f(x+1) = 6$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 4ο

Έστω δύο κοινωνίες βακτηριδίων **A** και **B**. Αν συμβολίσουμε με A_0 τον αρχικό πληθυσμό της κοινωνίας **A** και με B_0 τον αρχικό πληθυσμό της κοινωνίας **B**, τότε $9A_0 = 10^{11} B_0$. Ο πληθυσμός της κοινωνίας **A** μειώνεται κάθε ώρα κατά το $\frac{1}{100}$ του αρχικού πληθυσμού της,

ενώ ο πληθυσμός της κοινωνίας **B** αυξάνεται ανά ώρα με γεωμετρική πρόοδο με λόγο λ . Οι δύο πληθυσμοί γίνονται ίσοι 10 ώρες μετά την αρχική στιγμή.

α. Να δείξετε ότι ο λόγος της γεωμετρικής προόδου που αναφέρεται στον πληθυσμό **B** είναι $\lambda = 10$.

Μονάδες 10

β. Πέντε ώρες μετά την αρχική στιγμή ο πληθυσμός της κοινωνίας **B** είναι 10^{10} βακτηρίδια. Να δείξετε ότι ο αρχικός πληθυσμός της κοινωνίας **B** ήταν 10^5 βακτηρίδια.

Μονάδες 8

γ. Να βρείτε τον πληθυσμό της κοινωνίας **A**, 99 ώρες μετά την αρχική στιγμή.

Μονάδες 7