

ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Β' ΤΑΞΗΣ
ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΠΕΜΠΤΗ 22 ΙΟΥΝΙΟΥ 2000
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ
ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ : ΑΛΓΕΒΡΑ
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)

ΘΕΜΑ 1ο

A.1. Να γράψετε τον τύπο που δίνει το νιοστό όρο a_n μιας αριθμητικής προόδου (a_n) , που έχει πρώτο όρο a_1 και διαφορά ω .

Μονάδες 3

A.2. Να γράψετε τη σχέση μεταξύ των πραγματικών αριθμών α, β, γ έτσι, ώστε οι αριθμοί αυτοί, με τη σειρά που σας δίνονται, να είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.

Μονάδες 3

A.3. Να αποδείξετε ότι το άθροισμα S_n των πρώτων n όρων μιας γεωμετρικής προόδου (a_n) , που έχει πρώτο όρο a_1 και λόγο $\lambda \neq 1$, είναι:

$$S_n = a_1 \cdot \frac{\lambda^n - 1}{\lambda - 1}$$

Μονάδες 6,5

B.1. Στη **Στήλη Α** δίνεται ο πρώτος όρος a_1 και η διαφορά ω τριών αριθμητικών προόδων και στη **Στήλη Β** ο νιοστός όρος a_n τεσσάρων αριθμητικών προόδων. Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα της **Στήλης Α** και δίπλα σε κάθε γράμμα τον αριθμό της **Στήλης Β** που αντιστοιχεί στο σωστό νιοστό όρο.

Στήλη Α	Στήλη Β
α. $\alpha_1=1, \omega=-2$	1. $\alpha_n=-n$
β. $\alpha_1=0, \omega=3$	2. $\alpha_n=4n-3$
γ. $\alpha_1=-1, \omega=-1$	3. $\alpha_n=3-2n$
	4. $\alpha_n=3n-3$

Μονάδες 6

B.2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας την ένδειξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

- α. Οι αριθμοί -5, 5, 15, με τη σειρά που σας δίνονται, είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.
- β. Ο εικοστός όρος της αριθμητικής προόδου 10, 7, 4, ... είναι ίσος με 20.
- γ. Σε κάθε αριθμητική πρόοδο (α_n) για τους όρους της $\alpha_2, \alpha_4, \alpha_6$ ισχύει η σχέση $2\alpha_4 = \alpha_2 + \alpha_6$.

Μονάδες 4,5

B.3. Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

Αν σε μια γεωμετρική πρόοδο ο πρώτος όρος είναι ίσος με 1 και ο λόγος ίσος με 2, τότε το άθροισμα των πρώτων n όρων της είναι ίσο με:

- A. $\frac{2^n - 1}{2}$, B. $2^n - 1$, Γ. 2^{n-1} ,
- Δ. $1 - 2^n$, Ε. Κανένα από τα προηγούμενα.

Μονάδες 2

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x)=ax^3+(\beta-1)x^2-3x-2\beta+6$, όπου α, β πραγματικοί αριθμοί.

- α)** Αν ο αριθμός 1 είναι ρίζα του πολυωνύμου $P(x)$ και το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x)$ με το $x+1$ είναι ίσο με 2, τότε να δείξετε ότι $\alpha=2$ και $\beta=4$.

Μονάδες 15

- β)** Για τις τιμές των α και β του ερωτήματος **α)**, να λύσετε την εξίσωση $P(x)=0$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 3ο

Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=2\eta\mu x\sigma\upsilon\nu x-2\eta\mu^2x-4\sigma\upsilon\nu^2x$, όπου x πραγματικός αριθμός.

- α)** Να μετατρέψετε τη συνάρτηση f στη μορφή $f(x)=\rho\eta\mu(2x+\varphi)+k$, όπου ρ, φ, k πραγματικοί αριθμοί και $\rho>0$.

Μονάδες 9

- β)** Να βρείτε για ποιες τιμές του x η συνάρτηση f παίρνει τη μέγιστη τιμή και ποια είναι αυτή.

Μονάδες 6

- γ)** Να λύσετε την εξίσωση $f(x) - f\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2}$ στο διάστημα $[0, \pi]$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 4ο

Ένας πληθυσμός βακτηριδίων τριπλασιάζεται σε αριθμό κάθε μια ώρα.

A. Αν αρχικά υπάρχουν 10 βακτηρίδια, να βρείτε το πλήθος των βακτηριδίων ύστερα από 6 ώρες.

Μονάδες 9

B. Στο τέλος της έκτης ώρας ο πληθυσμός των βακτηριδίων ψεκάζεται με μια ουσία, η οποία σταματά τον πολλαπλασιασμό τους και συγχρόνως προκαλεί την καταστροφή $3^3 \cdot 10$ βακτηριδίων κάθε ώρα.

B.1. Να βρείτε το πλήθος των βακτηριδίων που απομένουν 20 ώρες μετά τον ψεκασμό.

Μονάδες 8

B.2. Μετά από πόσες ώρες από τη στιγμή του ψεκασμού θα καταστραφούν όλα τα βακτηρίδια;

Μονάδες 8

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!