

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Γ' ΤΑΞΗΣ ΕΝΙΑΙΟΥ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΤΕΤΑΡΤΗ 3 ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2003
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ:
ΑΛΓΕΒΡΑ**

ΘΕΜΑ 1ο

A. Να αποδείξετε ότι: $\sin 2\alpha = 1 - 2\eta\mu^2\alpha$.

Μονάδες 9

B. Να γράψετε στο τετράδιό σας τους αριθμούς 1, 2, 3, 4 των παρακάτω προτάσεων και δίπλα σε κάθε αριθμό να σημειώσετε την ένδειξη (**Σ**), αν η αντίστοιχη πρόταση είναι σωστή, ή (**Λ**), αν η αντίστοιχη πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Μια ακολουθία λέγεται αριθμητική πρόοδος, αν κάθε όρος της προκύπτει από τον προηγούμενό του με πρόσθεση του ίδιου πάντοτε αριθμού.

Μονάδες 4

2. Ο νιοστός όρος a_n μιας γεωμετρικής προόδου με πρώτο όρο a_1 και λόγο λ είναι $a_n = a_1\lambda^{n-1}$.

Μονάδες 4

3. Το άθροισμα των n πρώτων όρων μιας αριθμητικής προόδου (a_n) είναι

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2} .$$

Μονάδες 4

4. Τρεις μη μηδενικοί αριθμοί α , β , γ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου αν και μόνο αν ισχύει

$$\beta = \frac{\alpha + \gamma}{2} .$$

Μονάδες 4

ΘΕΜΑ 2ο

Ο εικοστός όρος μιας αριθμητικής προόδου είναι 69 και ο εικοστός πρώτος είναι 72.

Να βρείτε:

α) τη διαφορά ω της αριθμητικής προόδου,

Μονάδες 5

β) τον πρώτο όρο a_1 , της προόδου και

Μονάδες 9

γ) το άθροισμα S_{18} των δεκαοκτώ πρώτων όρων της προόδου.

Μονάδες 11

ΘΕΜΑ 3ο

α) Να αποδείξετε ότι:

$$\eta\mu\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) + \eta\mu\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2}\eta\mu\alpha \ .$$

Μονάδες 12

β) Να λύσετε την εξίσωση:

$$\eta\mu\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \eta\mu\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - 1 = 0 \ .$$

Μονάδες 13

ΘΕΜΑ 4ο

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = \alpha x^3 + \beta x + 2$, όπου α, β είναι πραγματικοί αριθμοί.

α) Να αποδείξετε ότι: $P(2004) + P(-2004) = 4$.

Μονάδες 4

β) Να γράψετε την ταυτότητα της διαίρεσης του πολυωνύμου $P(x)$ με το πολυώνυμο $Q(x) = x$.

Μονάδες 4

γ) Να αποδείξετε ότι το υπόλοιπο της διαίρεσης του πολυωνύμου $P(x)$ με το πολυώνυμο $x - 1$ είναι $v = \alpha + \beta + 2$.

Μονάδες 7

δ) Αν $\alpha = 1$ και το πολυώνυμο $P(x)$ έχει ρίζα τον αριθμό 1, τότε να υπολογίσετε το β και να λύσετε την εξίσωση $P(x) = 0$.

Μονάδες 10