

ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Γ' ΤΑΞΗΣ ΕΝΙΑΙΟΥ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 24 ΜΑΪΟΥ 2002
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ
ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ : ΑΛΓΕΒΡΑ

ΘΕΜΑ 1ο

A. Να αποδείξετε ότι: $\sin 2\alpha = \sin^2 \alpha - \eta\mu^2 \alpha$.

Μονάδες 10

B. Να γράψετε στο τετράδιό σας τους αριθμούς **1, 2, 3** των παρακάτω προτάσεων και δίπλα σε κάθε αριθμό να σημειώσετε την ένδειξη (Σ), αν η αντίστοιχη πρόταση είναι σωστή, ή (Λ), αν η αντίστοιχη πρόταση είναι λανθασμένη.

1. $\varepsilon\varphi(\alpha+\beta) = \frac{\varepsilon\varphi\alpha + \varepsilon\varphi\beta}{1 - \varepsilon\varphi\alpha\varepsilon\varphi\beta}$,

όπου $\sin\alpha \neq 0$, $\sin\beta \neq 0$ και $\sin(\alpha+\beta) \neq 0$.

2. $\eta\mu 2\alpha = 2\eta\mu\alpha$

3. $\eta\mu(\alpha+\beta) = \eta\mu\alpha\sin\beta + \sin\alpha\eta\mu\beta$

Μονάδες 9

Γ. Να γράψετε τους τύπους που δίνουν το σύνολο των λύσεων των παρακάτω βασικών τριγωνομετρικών εξισώσεων:

1. $\eta\mu x = \alpha$, όπου $\alpha = \eta\mu\theta$

2. $\sin x = \alpha$, όπου $\alpha = \sin\theta$

3. $\varepsilon\varphi x = \alpha$, όπου $\alpha = \varepsilon\varphi\theta$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 2ο

Για τις οξείες γωνίες α , β δίνεται ότι $\varepsilon\varphi\alpha = \frac{1}{2}$ και $\varepsilon\varphi\beta = \frac{1}{3}$.

α) Να υπολογίσετε την $\varepsilon\varphi(\alpha-\beta)$.

Μονάδες 9

β) Να αποδείξετε ότι $\varepsilon\varphi(\alpha+\beta) = 1$.

Μονάδες 8

γ) Να αποδείξετε ότι οι γωνίες 2α και 2β είναι συμπληρωματικές.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 3ο

Οι αριθμοί $\alpha_1 = 2x+2$, $\alpha_2 = 6x-2$ και $\alpha_3 = 5x+4$ είναι οι τρεις πρώτοι όροι μιας αριθμητικής προόδου.

α) Να αποδείξετε ότι $x = 2$.

Μονάδες 5

β) Να βρείτε τη διαφορά ω της προόδου.

Μονάδες 5

γ) Να υπολογίσετε τον πεντακοσιοστό όρο α_{500} της προόδου.

Μονάδες 7

δ) Να υπολογίσετε το άθροισμα S_{500} των πεντακοσίων πρώτων όρων της προόδου.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 4ο

Δίνεται το πολυώνυμο:

$$P(x) = x^3 - (k+1)x^2 + (k-1)x + 2, \quad k \in \mathbb{R},$$

για το οποίο ισχύει ότι $P(2) = 0$.

α) Να αποδείξετε ότι $k=2$.

Μονάδες 8

β) Να γράψετε την ταυτότητα της διαίρεσης του $P(x)$ με το πολυώνυμο $x+3$.

Μονάδες 8

γ) Να λύσετε την εξίσωση

$$P(x) = x - 2$$

Μονάδες 9